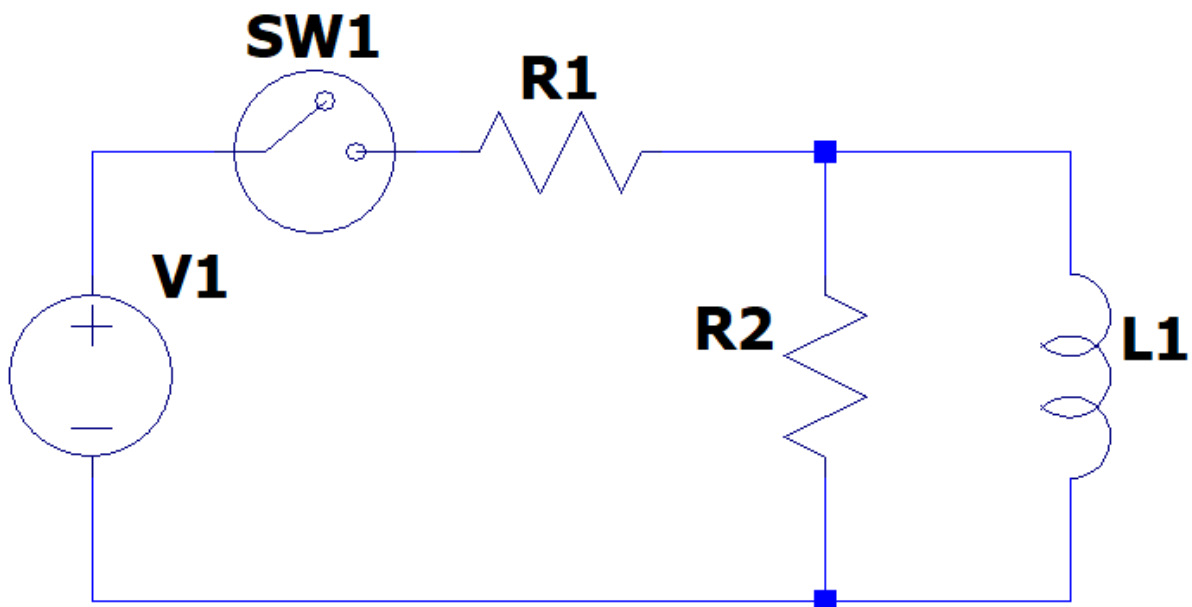




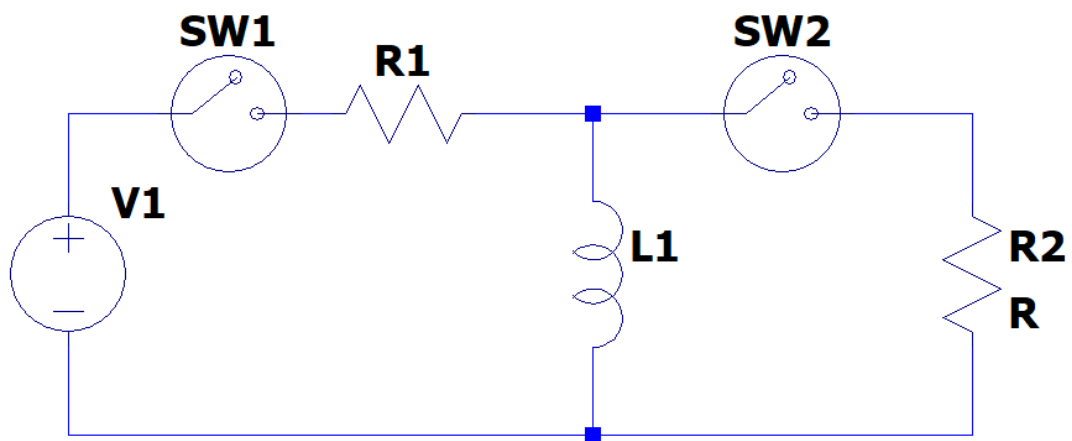
Lista 1 de Exercícios – ELTA01A

Questão 1) Para os circuitos abaixo determine a tensão no indutor.

- a) Em $t = 0$ a chave SW1 é fechada, determine a equação tensão no indutor em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ . Após a carga completa(indutor no estado estacionário) a chave SW1 é aberta, determine a equação de tensão no indutor em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ , após a sua abertura. Considere $R1 = R2 = 1\text{ k}\Omega$ e $L1 = 2\text{ H}$.

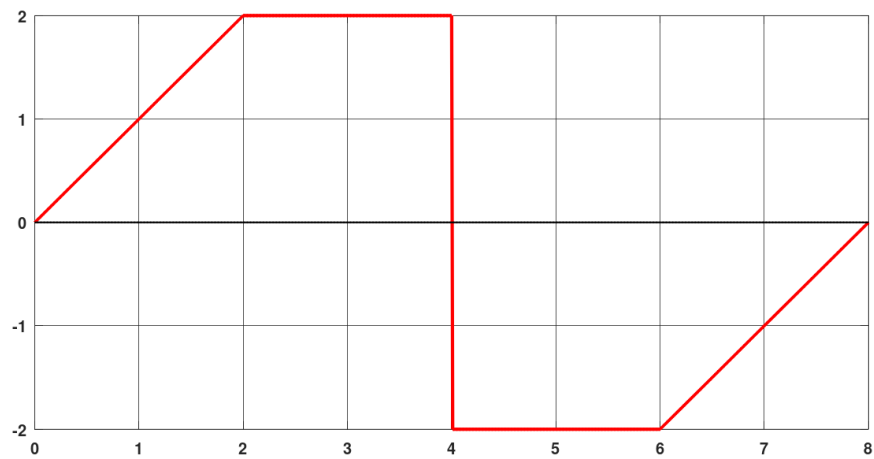


- b) Em $t = 0$ chave SW1 é fechada, determine a tensão no indutor em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ . Após a carga completa(indutor no estado estacionário) a chave SW1 é aberta e a chave SW2 é fechada, determine a tensão do indutor em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ , após o fechamento de SW2. Considere $R1 = 1\text{ k}\Omega$, $R2 = 20\text{ k}\Omega$ e $L1 = 2\text{ H}$ e $V1 = 20\text{ V}$.

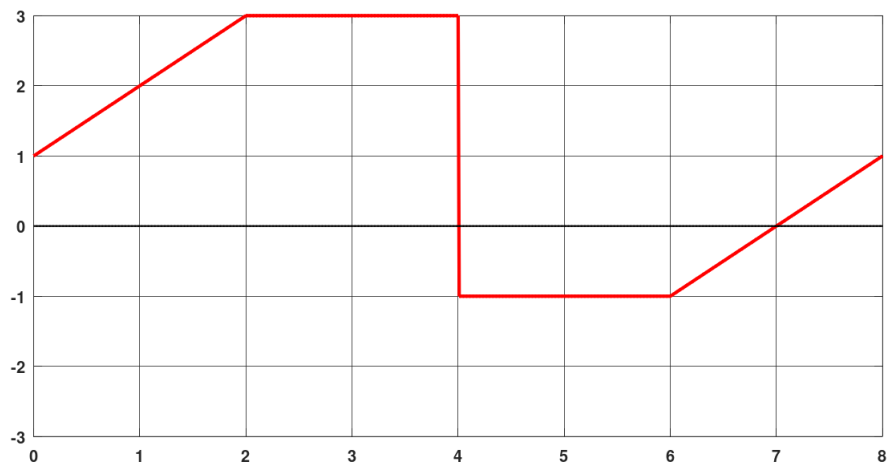


Questão 2) Determine o valor médio e eficaz das formas de onda abaixo:

a)

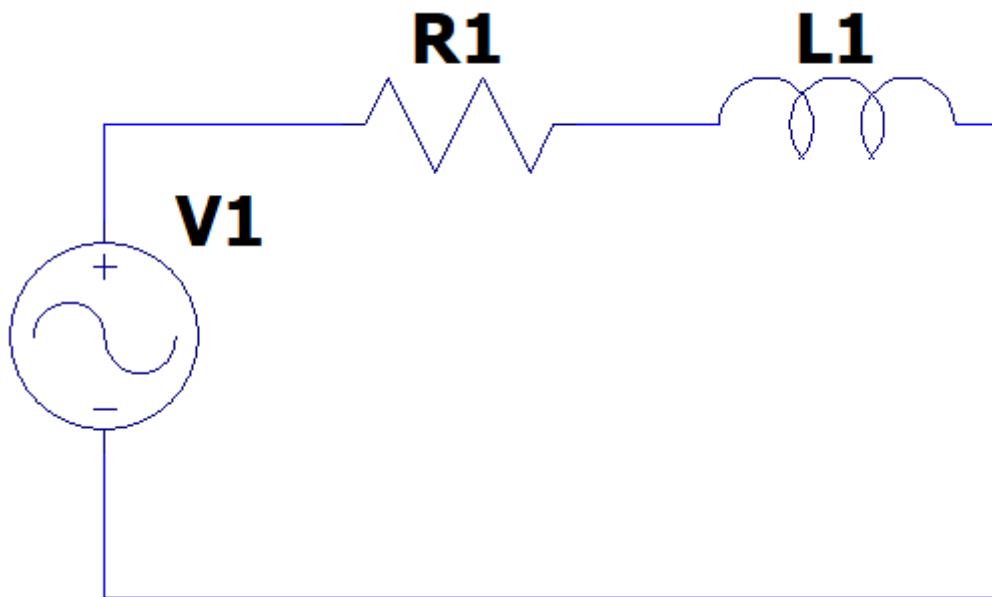


b)

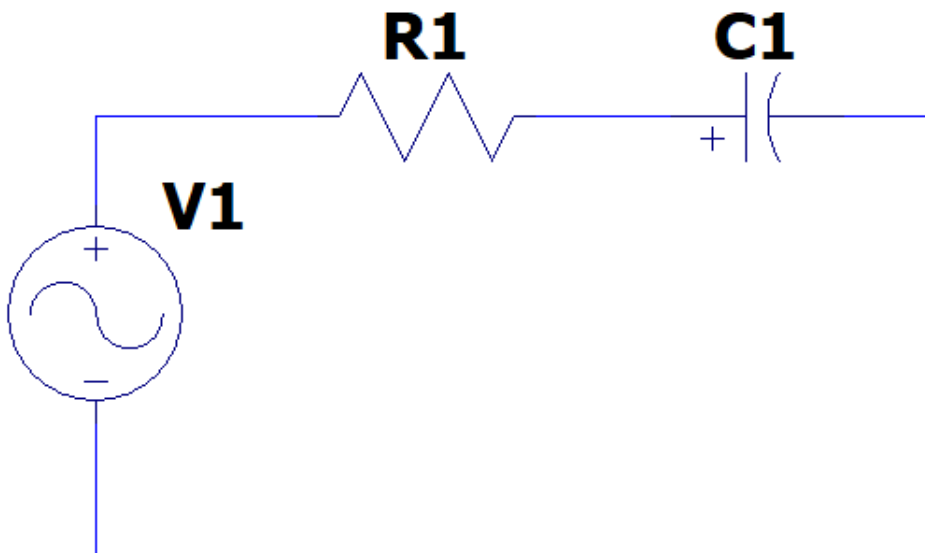


Questão 3) Determine o que se pede:

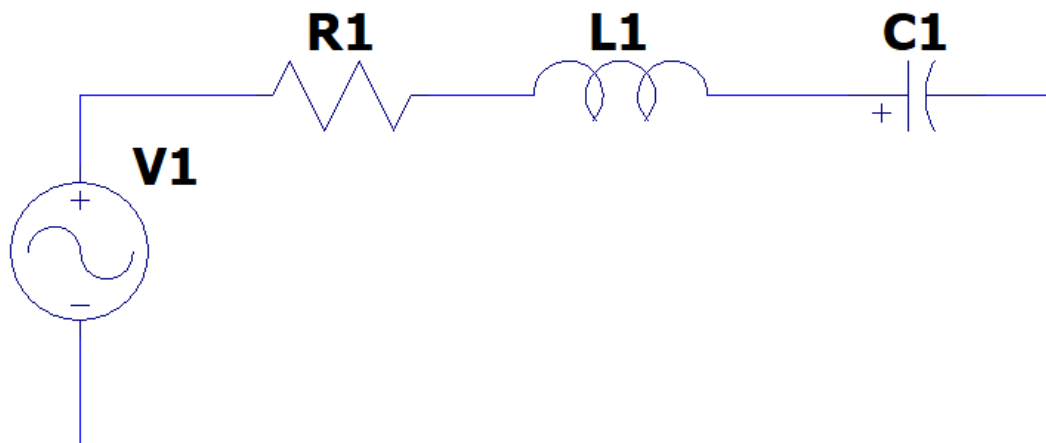
- a) A corrente total, considerando $R1 = 10\ \Omega$, $L1 = 2\text{ mH}$ e $V1 = 10\text{sen}(377t)$.



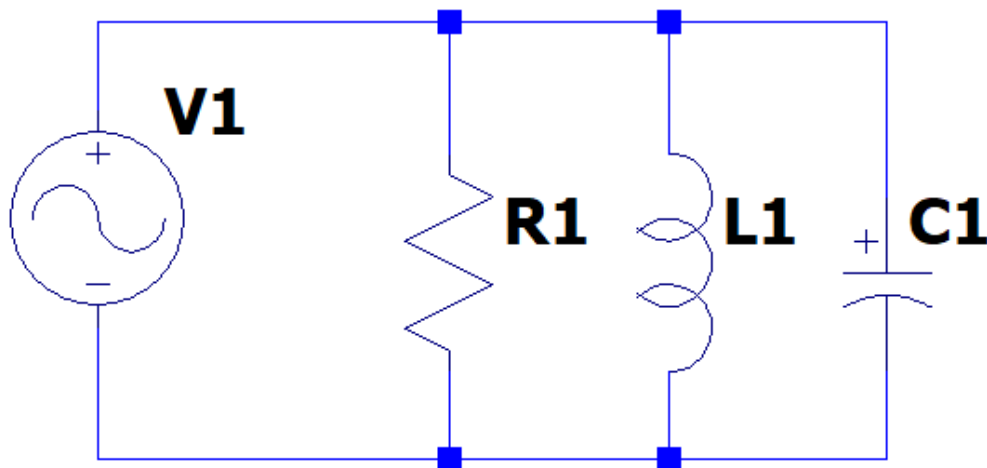
- b) A corrente total, considerando $R1 = 10\ \Omega$, $C1 = 2\ \mu\text{F}$ e $V1 = 10\text{sen}(377t)$.



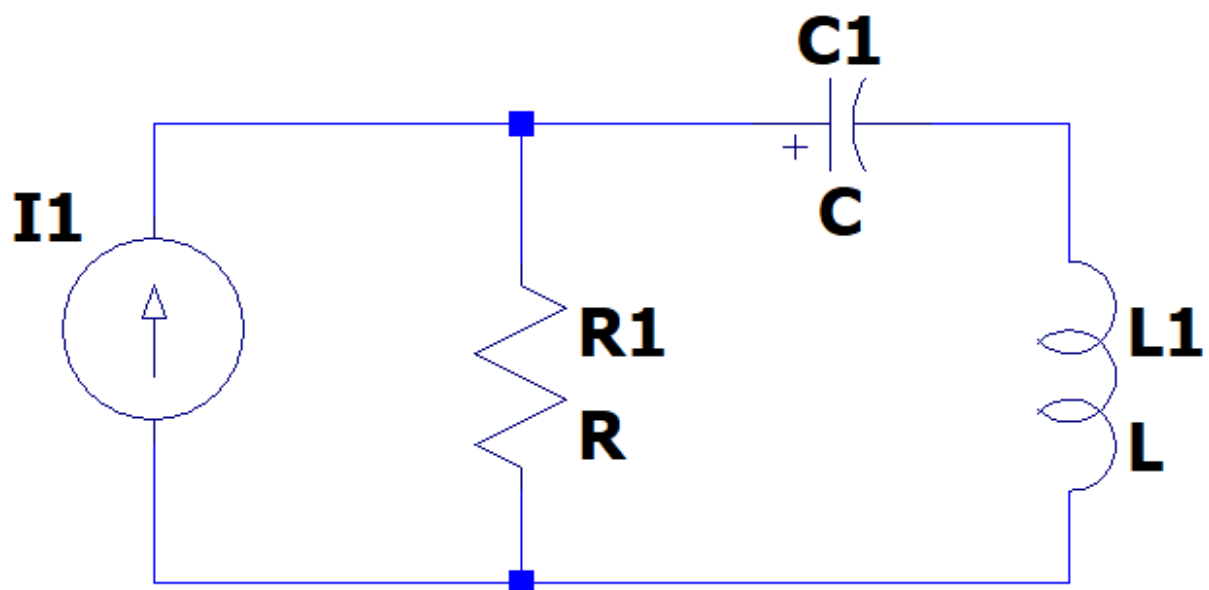
- c) A corrente total e a queda de tensão em cada componente, considerando $R1 = 10\ \Omega$, $C1 = 2\ \mu\text{F}$, $L1 = 2\text{ mH}$ e $V1 = 12\text{sen}(2\pi 180t)$.



d) A corrente total, considerando $R1 = 12$, $C1 = 5 \mu F$, $L1 = 3.5 mH$ e $V1 = 18\text{sen}(377t)$.



e) A corrente em cada ramo, considerando $R1 = 2 \Omega$, $C1 = 0.2 F$, $L1 = 2 H$ e $I1 = 10\text{sen}(2t)$.



Resoluções

Questão 1)

- a) Substituindo o indutor por um circuito aberto em $t = 0$ e fazendo o equivalente de Thévenin para o circuito:

$$R_{TH} = R_1 \parallel R_2 = R_1 \parallel R_1 = \frac{R_1}{2} = \frac{1000}{2} = 500 \, \Omega$$

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 = \frac{1000}{1000 + 1000} 20 = 10 \, V$$

Determinando a constante de tempo(τ):

$$\tau = \frac{L}{R_{TH}} = \frac{2}{500} = 4 \, ms$$

Determinando a tensão no indutor:

$$v_L(t) = V e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Onde V é a tensão no indutor e $v_L(t)$, a tensão em função do tempo. Quando retiramos o indutor e avaliamos a tensão sobre R_2 , que a V_{TH} , sabemos também que está é a tensão do indutor, já que o indutor está em paralelo com R_2 . Assim:

$$v_L(t) = 10 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Substituindo a constante de tempo:

$$v_L(t) = 10 e^{-\frac{t}{4 \, ms}} \rightarrow \text{para qualquer } t.$$

Em $t = 0^+$:

$$v_L(t) = 10 e^{-\frac{0}{4 \, ms}} = 10 \times 1 = 10 \, V$$

Para determinar a tensão no indutor em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ , podemos utilizar:

$$v_L(t) = 10 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Substituindo t , por 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ :

$$v_L(1\tau) = 10 e^{-\frac{1\tau}{\tau}} = 10 e^{-1} = 3,68 \, V$$

$$v_L(2\tau) = 10 e^{-\frac{2\tau}{\tau}} = 10 e^{-2} = 1,35 \, V$$

$$v_L(3\tau) = 10 e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = 10 e^{-3} = 0,498 \, V$$

$$v_L(4\tau) = 10 e^{-\frac{4\tau}{\tau}} = 10 e^{-4} = 0,18 \, V$$

$$v_L(5\tau) = 10e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = 10e^{-5} = 0,067 \text{ V}$$

Para a descarga a constante de tempo passa a ser $\tau = \frac{L}{R_2} = \frac{2}{1000} = 2 \text{ ms}$, já que quando a chave está aberta R_1 não fará parte do circuito.

Depois do estado transitório, ou seja, o estado estacionário, o indutor, se comporta com um curto circuito, assim, o circuito é composto apenas por V_1 e R_1 . A corrente no estado estacionário se dá por:

$$I_o = \frac{E}{R_1} = \frac{20}{1000} = 20 \text{ mA}$$

Com a abertura da chave, temos um circuito formado por L_1 e R_2 , então:

$$v_L + v_{R_2} = 0$$

$$v_L = -v_{R_2}$$

A tensão v_L na descarga é dada por:

$$v_L(t) = V_o e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

Onde V_o é menos a corrente do estado estacionário multiplicado pela resistência equivalente associada ao circuito de descarga e τ' é a constante de tempo para descarga.

$$V_o = -I_o R_2 = -20 \times 10^{-3} \times 1000 = -20 \text{ V}$$

Assim:

$$v_L(t) = -20e^{-\frac{t}{2 \text{ ms}}}$$

Para determinar a tensão no indutor no período de descarga em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ , podemos utilizar:

$$v_L(t) = -20e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Após a abertura da chave, inicia-se um novo período de análise, portanto, no momento da abertura, temos:

$$v_L(t_{abertura}) = 20e^{-\frac{0}{\tau}} = -20 \text{ V}$$

Substituindo t , por 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ :

$$v_L(1\tau) = -20e^{-\frac{1\tau}{\tau}} = -20e^{-1} = -7,36 \text{ V}$$

$$v_L(2\tau) = -20e^{-\frac{2\tau}{\tau}} = -20e^{-2} = -2,71 \text{ V}$$

$$v_L(3\tau) = -20e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = -20e^{-3} = -1 \text{ V}$$

$$v_L(4\tau) = -20e^{-\frac{4\tau}{\tau}} = -20e^{-4} = -0,37 \text{ V}$$

$$v_L(5\tau) = -20e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = -20e^{-5} = -0,13 \text{ V}$$

b) Para SW1 fechada e SW2 aberta, a resistência vista pelo indutor é R_1 , e tensão é V_1 , assim:

$$\tau = \frac{L}{R_1} = \frac{2}{1000} = 2 \text{ ms}$$

Para a carga, então:

$$v_L(t) = 20e^{-\frac{t}{2 \text{ ms}}}$$

Em $t = 0^+$ (fechamento de SW1):

$$v_L(t) = 20e^{-\frac{0}{2 \text{ ms}}} = 10 \times 1 = 20 \text{ V}$$

Para determinar a tensão no indutor em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ , podemos utilizar:

$$v_L(t) = 10e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Substituindo t , por 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ :

$$v_L(1\tau) = 20e^{-\frac{1\tau}{\tau}} = 20e^{-1} = 7,36 \text{ V}$$

$$v_L(2\tau) = 20e^{-\frac{2\tau}{\tau}} = 20e^{-2} = 2,71 \text{ V}$$

$$v_L(3\tau) = 20e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = 20e^{-3} = 1 \text{ V}$$

$$v_L(4\tau) = 20e^{-\frac{4\tau}{\tau}} = 20e^{-4} = 0,37 \text{ V}$$

$$v_L(5\tau) = 20e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = 20e^{-5} = 0,13 \text{ V}$$

A corrente no estado estacionário é $I_o = \frac{V_1}{R_1} = \frac{20}{1000} = 20 \text{ mA}$.

Para a descarga, logo após a abertura de SW1 e fechamento de SW2:

$$\tau' = \frac{L}{R_2} = \frac{2}{20000} = 0,1 \text{ ms}$$

Utilizando a equação:

$$v_L(t) = V_o e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

Temos:

$$V_o = -I_o R_2 = -20 \times 10^{-3} \times 20000 = -400 \text{ V}$$

Substituindo:

$$v_L(t) = -400e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Para determinar a tensão no indutor no período de descarga em 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ , podemos utilizar:

$$v_L(t) = -400e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Após a abertura da chave, inicia-se um novo período de análise, portanto, no momento da abertura, temos:

$$v_L(t_{abertura}) = -400e^{-\frac{0}{\tau}} = -400 \text{ V}$$

Substituindo t , por 1τ , 2τ , 3τ , 4τ e 5τ :

$$v_L(1\tau) = -400e^{-\frac{1\tau}{\tau}} = -400e^{-1} = -147,15 \text{ V}$$

$$v_L(2\tau) = -400e^{-\frac{2\tau}{\tau}} = -400e^{-2} = -54,13 \text{ V}$$

$$v_L(3\tau) = -400e^{-\frac{3\tau}{\tau}} = -400e^{-3} = -19,91 \text{ V}$$

$$v_L(4\tau) = -400e^{-\frac{4\tau}{\tau}} = -400e^{-4} = -7,33 \text{ V}$$

$$v_L(5\tau) = -400e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = -400e^{-5} = -2,7 \text{ V}$$

Questão 2)

a)

De 0 a 2 segundos(onda dente de serra):

$$V_{CCT+} = \frac{V_P}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ V}$$

$$V_{RMST+} = \frac{V_P}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

De 2 a 4 segundos(onda quadrada):

$$V_{CCQ+} = \frac{V_P}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ V}$$

$$V_{RMSQ+} = V_P \sqrt{\frac{1}{2}} = 2 \sqrt{\frac{1}{2}} V$$

De 4 a 6 segundos(onda dente de serra):

$$V_{CCT-} = \frac{V_P}{2} = \frac{-2}{2} = -1 V$$

$$V_{RMST-} = \frac{V_P}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} V$$

De 6 a 8 segundos(onda quadrada):

$$V_{CCQ-} = \frac{V_P}{2} = \frac{-2}{2} = -1 V$$

$$V_{RMSQ-} = V_P \sqrt{\frac{1}{2}} = -2 \sqrt{\frac{1}{2}} V$$

$$V_{CC} = V_{CCT+} + V_{CCQ+} + V_{CCT-} + V_{CCQ-} = 1 + 1 - 1 - 1 = 0 V$$

$$V_{RMS} = \sqrt{(V_{RMST+}^2 + V_{RMSQ+}^2 + V_{RMST-}^2 + V_{RMSQ-}^2)}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\left(\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(2 \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(-2 \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\right)} = 5,5 V$$

b)

De 0 a 2 segundos(onda dente de serra):

$$V_{CCT+} = \frac{V_P}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 V$$

$$V_{RMST+} = \frac{V_P}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} V$$

De 2 a 4 segundos(onda quadrada):

$$V_{CCQ+} = \frac{V_P}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 V$$

$$V_{RMSQ+} = V_P \sqrt{\frac{1}{2}} = 3 \sqrt{\frac{1}{2}} V$$

De 4 a 6 segundos(onda dente de serra):

$$V_{CCT-} = \frac{V_P}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5 \text{ V}$$

$$V_{RMST-} = \frac{V_P}{\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

De 6 a 8 segundos(onda quadrada):

$$V_{CCQ-} = \frac{V_P}{2} = \frac{-1}{2} = -0,5 \text{ V}$$

$$V_{RMSQ-} = V_P \sqrt{\frac{1}{2}} = -1 \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ V}$$

$$V_{CC} = V_{CCT+} + V_{CCQ+} + V_{CCT-} + V_{CCQ-} = 1,5 + 1,5 - 0,5 - 0,5 = 2 \text{ V}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{(V_{RMST+}^2 + V_{RMSQ+}^2 + V_{RMST-}^2 + V_{RMSQ-}^2)}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\left(\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(3\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(-1\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\right)} = 2,89 \text{ V}$$

Questão 3)

Considerações: para indutores e capacitores, é considerado o ângulo da tensão com relação à corrente, ou seja, para um indutor 90° e -90° para o capacitor.

a) A frequência angular $\omega = 377 \text{ rad/s}$.

A reatância indutiva X_L é:

$$X_L = \omega L = 377 \times 2 \times 10^{-3} = 0,754j \Omega$$

Assim a impedância do indutor é:

$$Z_L = X_L = 0,754j \Omega$$

A impedância do resistor é:

$$Z_R = 10 \Omega$$

A impedância total é:

$$Z_T = Z_R + Z_L = 10 + 0,754j$$

Conversão de Z_T para coordenadas polares:

$$M(\text{módulo}) = \sqrt{Z_R^2 + Z_L^2} = \sqrt{10^2 + (0,754)^2} = 10,03$$

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{Z_L}{Z_R}\right) = 4,31^\circ$$

$$Z_T = 10,03 \angle 4,31^\circ$$

Convertendo V_1 para a forma polar:

$$M(\text{módulo}) = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07$$

$$\theta = 0^\circ$$

Assim, a corrente total é:

$$I_T = \frac{V_1}{Z_T} = \frac{7,07 \angle 0^\circ}{10,03 \angle 4,31^\circ} = 0,705 \angle -4,31^\circ \text{ A}$$

b) A frequência angular $\omega = 377 \text{ rad/s}$.

A reatância capacitiva X_C é:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{377 \times 2 \times 10^{-6}} = 1326,26j \Omega$$

Assim a impedância do capacitor é:

$$Z_C = X_C = -1326,26j \Omega$$

A impedância do resistor é:

$$Z_R = 10 \Omega$$

A impedância total é:

$$Z_T = Z_R + Z_C = 10 - 1326,26j$$

Conversão de Z_T para coordenadas polares:

$$M(\text{módulo}) = \sqrt{Z_R^2 + Z_C^2} = \sqrt{10^2 + (-1326,26)^2} = 1326,3$$

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{Z_C}{Z_R}\right) = -89,57^\circ$$

$$Z_T = 1326,3 < -89,57^\circ$$

Convertendo V_1 para a forma polar:

$$M(\text{módulo}) = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07$$

$$\theta = 0^\circ$$

Assim, a corrente total é:

$$I_T = \frac{V_1}{Z_T} = \frac{7,07 < 0^\circ}{1326,3 < -89,57^\circ} = 5,33 \times 10^{-3} < 89,57^\circ \text{ A}$$

c) A frequência angular $\omega = 2\pi 180 \text{ rad/s}$.

A reatância indutiva X_L é:

$$X_L = \omega L = 2\pi 180 \times 2 \times 10^{-3} = 2,26j \Omega$$

Assim a impedância do indutor é:

$$Z_L = X_L = 2,26j \Omega$$

A reatância capacitiva X_C é:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi 180 \times 2 \times 10^{-6}} = 442,1j \Omega$$

Assim a impedância do capacitor é:

$$Z_C = X_C = -442,1j \Omega$$

A impedância do resistor é:

$$Z_R = 10 \Omega$$

A impedância total é:

$$Z_T = Z_R + Z_L + Z_C = 10 + 2,26j - 442,1j = 10 - 439,84j$$

Conversão de Z_T para coordenadas polares:

$$M(\text{módulo}) = \sqrt{Z_R^2 + (Z_C + Z_L)^2} = \sqrt{10^2 + (-439,84)^2} = 439,95$$

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{Z_C}{Z_R}\right) = -88,7^\circ$$

$$Z_T = 439,95 < -88,7^\circ$$

Convertendo V_1 para a forma polar:

$$M(\text{módulo}) = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8,48$$

$$\theta = 0^\circ$$

Assim, a corrente total é:

$$I_T = \frac{V_1}{Z_T} = \frac{8,48 \angle 0^\circ}{439,95 \angle -88,7^\circ} = 0,0193 \angle 88,7^\circ \text{ A}$$

A queda de tensão sobre cada componente é:

$$V_R = Z_R I_T = (10 \angle 0^\circ)(0,0193 \angle 88,7^\circ) = 0,193 \angle 88,7^\circ \text{ V}$$

$$V_R = 4,38 \times 10^{-3} + 0,193j$$

$$V_L = Z_L I_T = (2,26 \angle 90^\circ)(0,0193 \angle 88,7^\circ) = 43,56 \times 10^{-3} \angle 178,7^\circ \text{ V}$$

$$V_L = -43,55 \times 10^{-3} + 988,26 \times 10^{-6}j$$

$$V_C = Z_C I_T = (442,1 \angle -90^\circ)(0,0193 \angle 88,7^\circ) = 8,52 \angle -1,3^\circ \text{ V}$$

$$V_C = 8,518 - 0,1933j$$

Pela lei de Kirchoff das tensões:

$$V_1 = V_R + V_L + V_C$$

$$\text{Componente imaginária: } (0,193 + 988,26 \times 10^{-6} - 0,1933)j = 688,26 \times 10^{-6}j$$

$$\text{Componente real: } (4,38 \times 10^{-3} - 43,55 \times 10^{-3} + 8,518) = 8,479$$

$$V_1 = 8,479 + 688,26 \times 10^{-6}j = 8,48 \angle 0,0001^\circ$$

Ou seja:

$$\mathbf{V_1 = 8,48 \angle 0^\circ}$$

A leve diferença, ocorreu por diferenças de arredondamentos.

d) A frequência angular $\omega = 377 \text{ rad/s}$.

A reatância indutiva X_L é:

$$X_L = \omega L = 377 \times 3,5 \times 10^{-3} = 1,3195j \Omega$$

Assim a impedância do indutor é:

$$Z_L = X_L = 1,3195j \Omega$$

A reatância capacitiva X_C é:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{377 \times 5 \times 10^{-6}} = 530,5j \Omega$$

Assim a impedância do capacitor é:

$$Z_C = X_C = -530,5j \, \Omega$$

A impedância do resistor é:

$$Z_R = 12 \, \Omega$$

Convertendo V_1 para a forma polar:

$$M(\text{módulo}) = \frac{18}{\sqrt{2}} = 12,73$$

$$\theta = 0^\circ$$

A corrente em cada ramo pode ser calculada, por:

$$I_R = \frac{V_1}{Z_R} = \frac{12,73 \angle 0^\circ}{12 \angle 0^\circ} = 1,061 \angle 0^\circ \, A \rightarrow I_R = 1,061 \, A$$

$$I_L = \frac{V_1}{Z_L} = \frac{12,73 \angle 0^\circ}{1,3195 \angle 90^\circ} = 9,646 \angle -90^\circ \, A \rightarrow I_L = -9,464j \, A$$

$$I_C = \frac{V_1}{Z_C} = \frac{12,73 \angle 0^\circ}{530,5 \angle -90^\circ} = 0,024 \angle 90^\circ \, A \rightarrow I_C = 0,024j \, A$$

A corrente total então:

$$I_T = I_R + I_L + I_C = 1,061 - 9,464j + 0,024j = 1,061 - 9,44j \, A$$

$$I_T = 9,5 \angle -83,59^\circ \, A$$

e) A frequência angular $\omega = 2 \, \text{rad/s}$.

A reatância indutiva X_L é:

$$X_L = \omega L = 2 \times 2 = 4j \, \Omega$$

Assim a impedância do indutor é:

$$Z_L = X_L = 4j \, \Omega$$

A reatância capacitiva X_C é:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times 0,2} = 2,5j \, \Omega$$

Assim a impedância do capacitor é:

$$Z_C = X_C = -2,5j \, \Omega$$

A impedância do resistor é:

$$Z_R = 2 \, \Omega$$

Convertendo V_1 para a forma polar:

$$M(\text{módulo}) = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07$$

$$\theta = 0^\circ$$

O circuito é um divisor de corrente, portanto:

$$I_R = \frac{Z_L + Z_C}{Z_R + Z_L + Z_C} I_1 = \frac{4j + -2,5j}{2 + 4j - 2,5j} (7,07 \angle 0^\circ)$$

$$I_R = \frac{1,5j}{2 + 1,5j} (7,07 \angle 0^\circ) = \frac{1,5 \angle 90^\circ}{2,5 \angle -36,87^\circ} (7,07 \angle 0^\circ)$$

$$I_R = \frac{10,605 \angle 90^\circ}{2,5 \angle -36,87^\circ} = 4,242 \angle 53,13^\circ \text{ A}$$

$$I_{LC} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_L + Z_C} I_1 = \frac{2}{2 + 4j - 2,5j} (7,07 \angle 0^\circ)$$

$$I_{LC} = \frac{2}{2 + 1,5j} (7,07 \angle 0^\circ) = \frac{2 \angle 0^\circ}{2,5 \angle -36,87^\circ} (7,07 \angle 0^\circ)$$

$$I_{LC} = \frac{14,14 \angle 0^\circ}{2,5 \angle -36,87^\circ} = 5,656 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$