



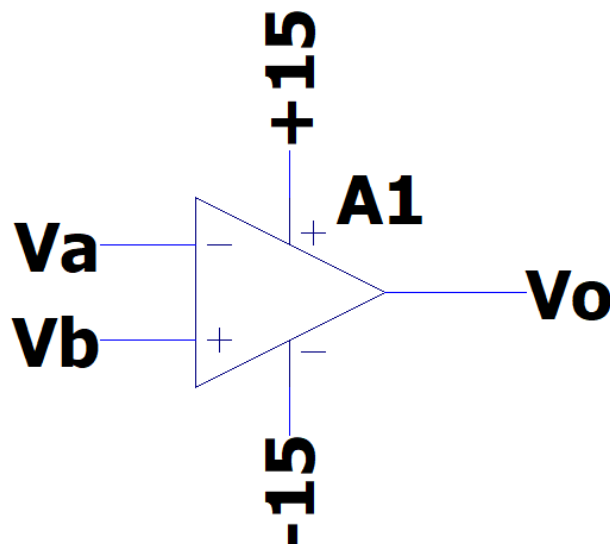
Lista de Exercícios – Amplificadores Operacionais – ELTA00A

Questão 1) Determine a saída de cada circuito:

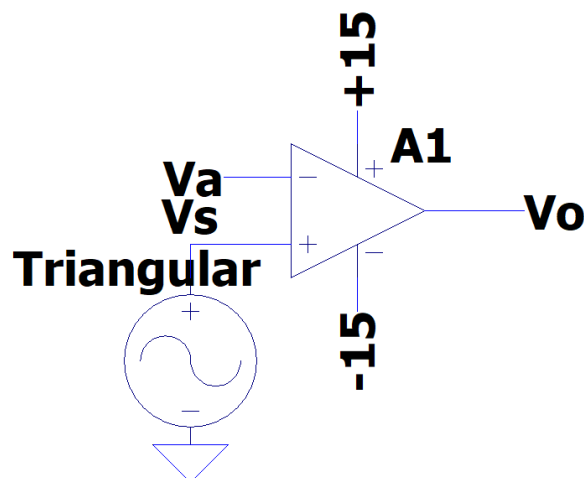
a) Considere 2 casos:

→ $V_a = -5\text{ V}$ e $V_b = 0$.

→ $V_a = 5\text{ V}$ e $V_b = 2$.

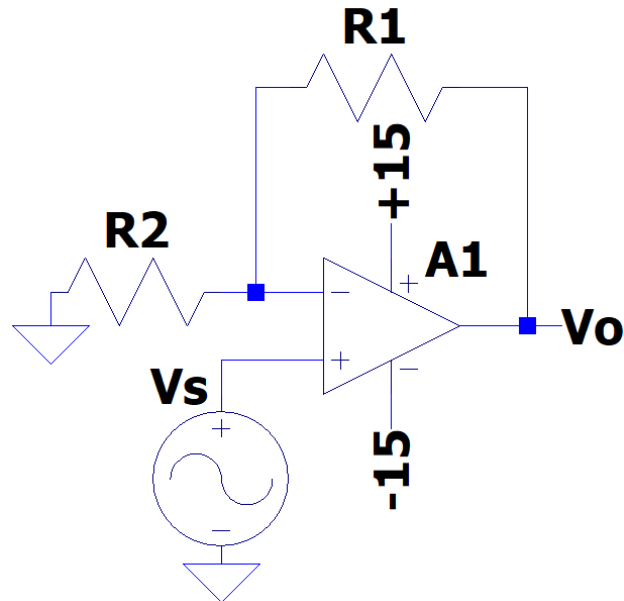


b) V_s é um sinal triangular de -3V a 3V e $V_a = 1,5\text{V}$.

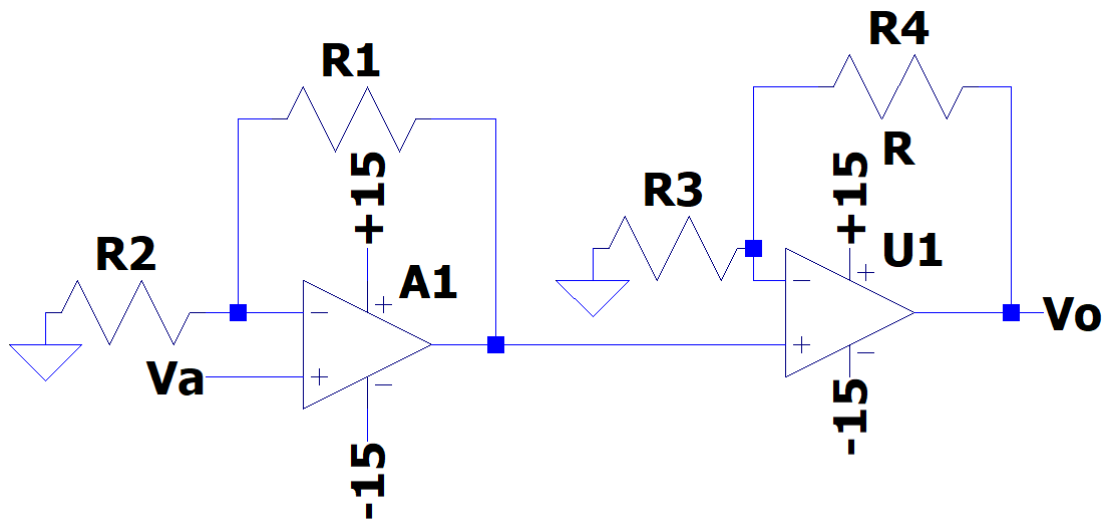


Questão 2) Determine V_o pa os circuitos abaixo:

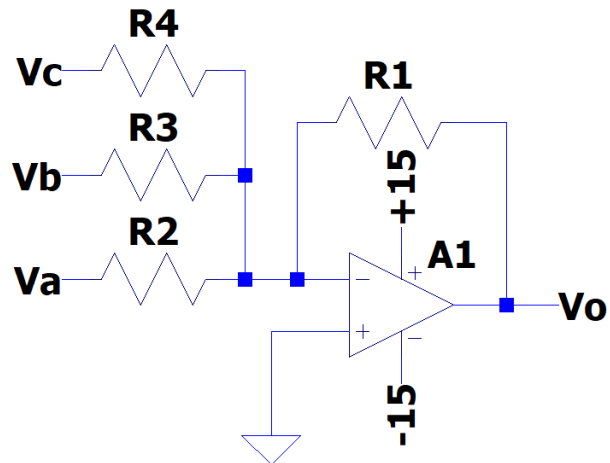
- a) Considere $R_1 = 47\text{ k}\Omega$, $R_2 = 4.7\text{ k}\Omega$ e V_s um sinal senoidal de 2 Vpp .



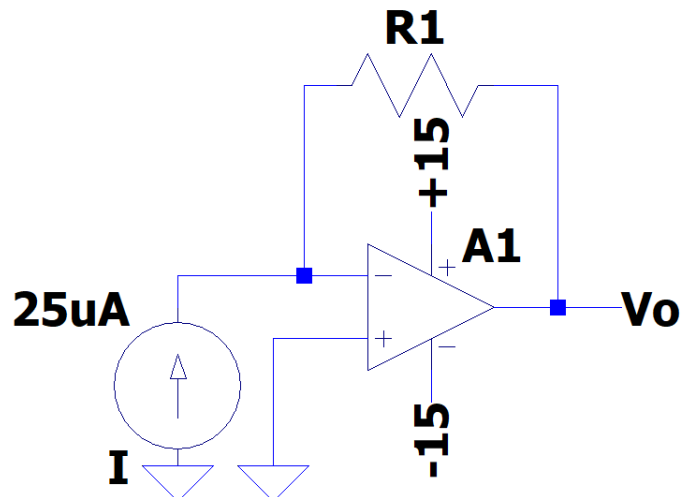
- b) Considere $R_1 = 60\text{ k}\Omega$, $R_2 = 30\text{ k}\Omega$, $R_3 = 68\text{ k}\Omega$, $R_4 = 34\text{ k}\Omega$ e $V_a = 4\text{ V}$.



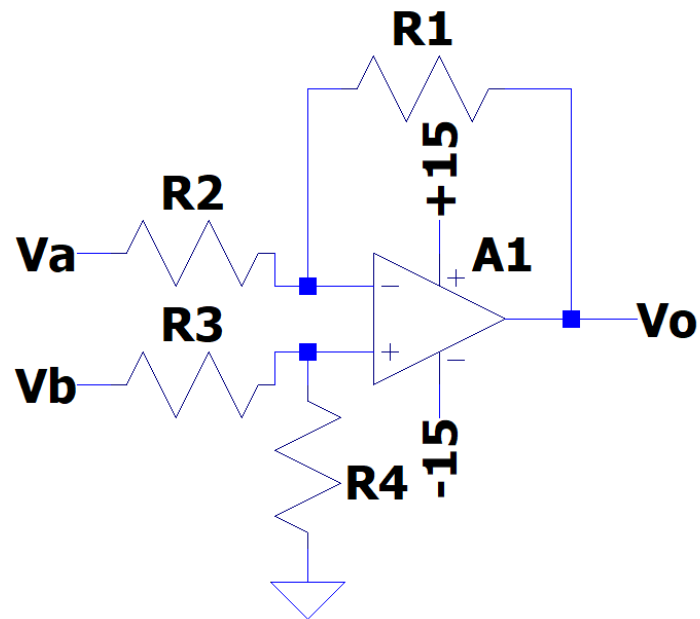
- c) Considere $R1 = 60\text{ k}\Omega$, $R2 = 10\text{ k}\Omega$, $R3 = 15\text{ k}\Omega$, $R4 = 30\text{ k}\Omega$ e $Va = -4\text{ V}$, $Vb = 3\text{ V}$ e $Vc = 1\text{ V}$.



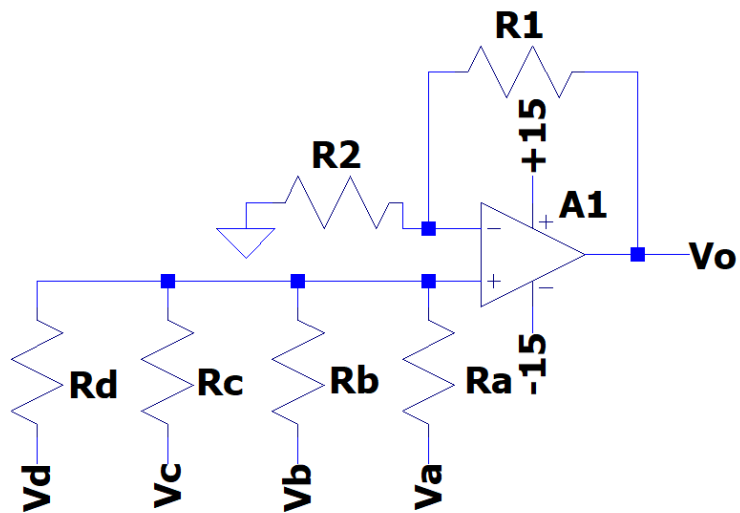
- d) Considere $R1 = 330\text{ k}\Omega$.



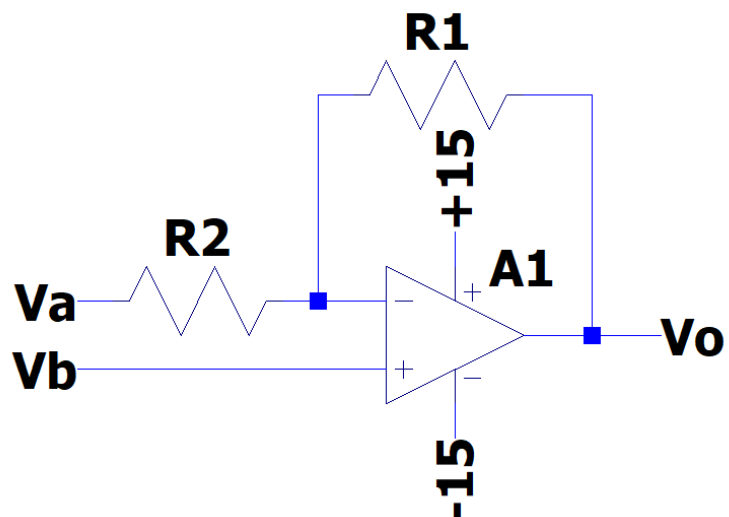
- e) Considere $R1 = 10\text{ k}\Omega$, $R2 = 10\text{ k}\Omega$, $R3 = 60\text{ k}\Omega$, $R4 = 30\text{ k}\Omega$ e $Va = 2\text{ V}$ e $Vb = 4,5\text{ V}$.



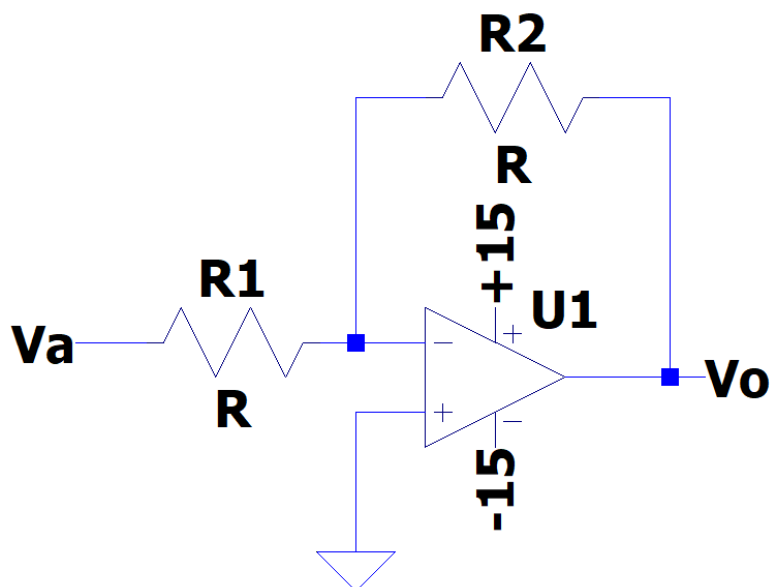
f) Determine V_o



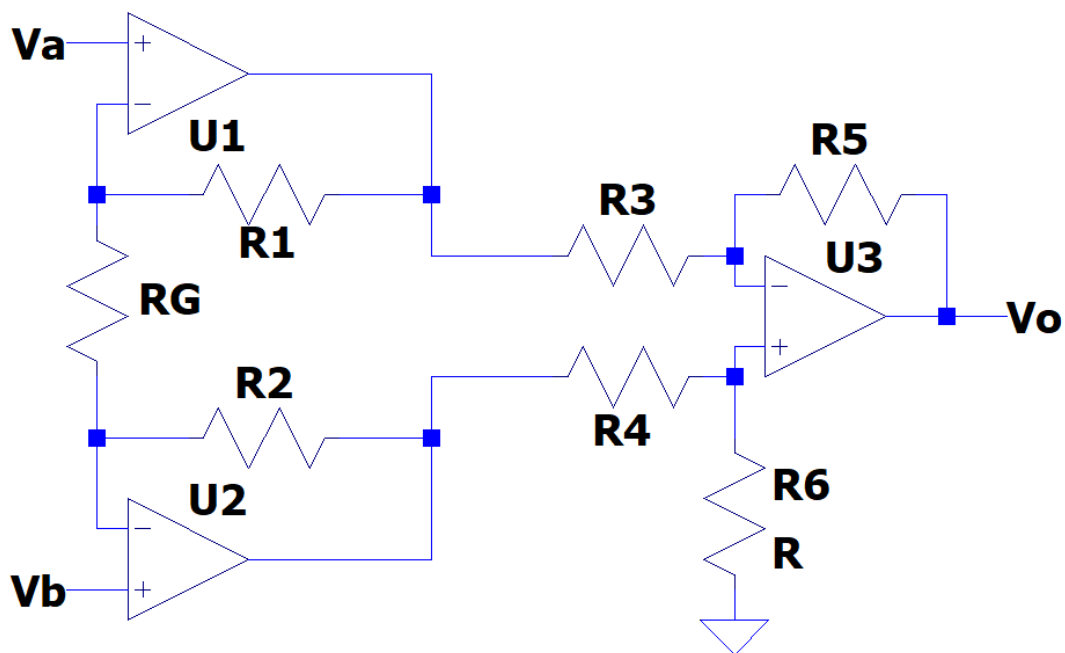
g) Determine V_o



h) Determine V_o

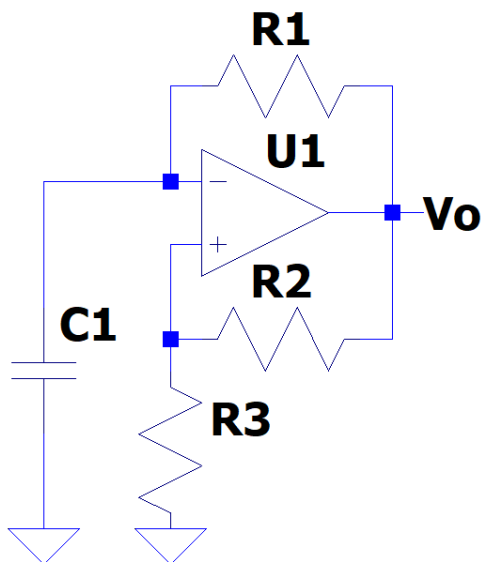


Questão 3) Determine V_o , para $R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4 = R_5 = R_6$.

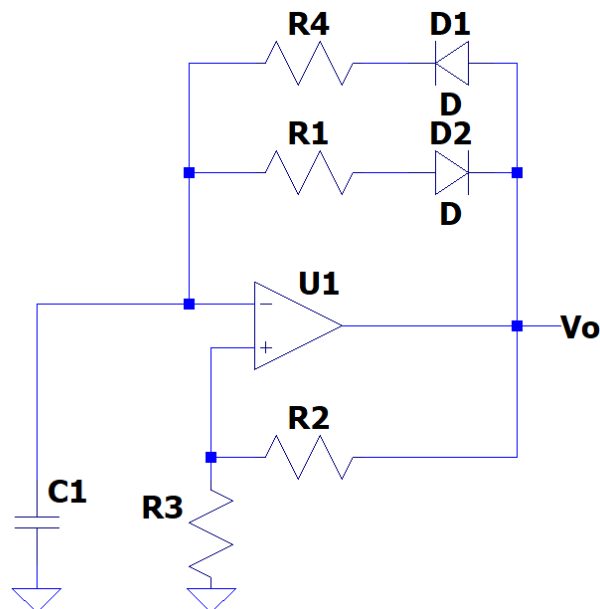


Questão 4) Determine β , o período e frequência da saída dos circuitos abaixo:

a) Considere $R_2 = R_3 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ e $C_1 = 10 \text{ }\mu\text{F}$.



b) Considere $R4 = 500 \, \Omega$, $R2 = R3 = 15 \, k\Omega$, $R1 = 1 \, k\Omega$ e $C1 = 10 \, nF$.



Resoluções

Questão 1)

Amplificador operacional em malha aberta: comparador simples.

$$V_o = A_{vo}(e_+ - e_-) \rightarrow A_{vo} \text{ muito grande.}$$

a) Caso 1 - $V_a = -5 \, V$ e $V_b = 0$.

$$e_+ = V_b = 0$$

$$e_- = V_a = -5$$

$$e_+ - e_- = 0 - (-5) = 5$$

Multiplicando por um ganho muito elevado, a saída do AmpOp é $+15 \, V$.

Caso 2 - $V_a = 5\text{ V}$ e $V_b = 2$.

$$e_+ = V_b = 2$$

$$e_- = V_a = 5$$

$$e_+ - e_- = 2 - (5) = -3$$

Multiplicando por um ganho muito elevado, a saída do AmpOp é -15 V .

Quando o AmpOp está trabalhando como comparador simples:

Se $e_+ > e_-$ a saída é saturada positivamente;

Se $e_+ = e_-$ a saída é zero;

Se $e_+ < e_-$ a saída é saturada negativamente.

b) Aplicando $V_o = A_{vo}(e_+ - e_-)$:

$$V_o = A_{vo}(e_+ - e_-) = A_{vo}(V_s - V_a)$$

Sempre que $V_s > V_a$, a saída é saturada positivamente. Quando $V_s = V_a$, saída é zero. Já para $V_s < V_a$, a saída é saturada negativamente. Ou seja:

$$1,5 < V_s \leq 3 \rightarrow \text{a saída é } +15\text{V}$$

$$V_s = 1,5\text{ V} \rightarrow \text{saída zero}$$

$$-3 < V_s < 1,5 \rightarrow \text{a saída é } -15\text{V}$$

Questão 2)

O amplificador operacional em malha fechada, opera com um amplificador de sinais com ganho controlado, devido à realimentação, assim a associação dos componentes externos ao AmpOp determinam o ganho do mesmo.

Duas grandes características em malha fechada:

→ $e_+ = e_-$, denominado curto virtual;

→ Corrente nas entradas consideradas nulas.

a) Considerando então $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas, temos:

$$e_+ = e_- = V_s$$

Aplicando a lei de Kirchoff das correntes para a entrada e_- :

OBS.: Considerando as correntes saindo do nó.

$$\frac{(V_s - 0)}{R_2} + \frac{V_s - V_o}{R_1} = 0$$

$$\frac{V_s}{R_2} + \frac{V_s}{R_1} - \frac{V_o}{R_1} = 0$$

$$\frac{V_s}{R_2} + \frac{V_s}{R_1} = \frac{V_o}{R_1}$$

$$R_1 \frac{V_s}{R_2} + R_1 \frac{V_s}{R_1} = V_o$$

$$V_s \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) = V_o \rightarrow \text{configuração não inversora.}$$

Para $R_1 = 47 \text{ k}\Omega$ e $R_2 = 4.7 \text{ k}\Omega$ e $V_s = 2 \text{ Vpp}$

$$2V_{pp} \left(\frac{47 \text{ k}\Omega}{4.7 \text{ k}\Omega} + 1 \right) = V_o$$

$$V_o = 2V_{pp}(10 + 1) = 2V_{pp}(11) = 22V_{pp}$$

A saída não satura, pois de acordo com a alimentação +15V e -15V, a saída pode ser de até 30Vpp.

b) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Temos uma associação de amplificadores.

Analisando o primeiro amplificador(primeiro estágio), temos uma configuração não inversora, como no exercício anterior, exceto que no lugar de um sinal alternado V_s , temos um sinal contínuo V_a , então:

$$V_a \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) = V_{o1} \rightarrow V_{o1} \text{ para o primeiro estágio.}$$

Substituindo os valores:

$$4 \left(\frac{60 \text{ k}\Omega}{30 \text{ k}\Omega} + 1 \right) = V_{o1}$$

$$4(2 + 1) = V_{o1} = 12 \text{ V}$$

Analisando o segundo amplificador, percebe-se que a configuração é a mesma do primeiro, um amplificador não inversor. No entanto, a entrada deste amplificador do segundo estágio é a saída V_{o1} , assim:

$$V_{o1} \left(\frac{R_4}{R_3} + 1 \right) = V_{o2} \rightarrow V_{o2} \text{ para o segundo estágio.}$$

Substituindo os valores:

$$12 \left(\frac{34 \text{ k}\Omega}{68 \text{ k}\Omega} + 1 \right) = V_{o2}$$

$$12 \left(\frac{1}{2} + 1 \right) = V_{o2}$$

$$12(1,5) = V_{o2}$$

$$18 = V_{o2} \rightarrow \text{A saída satura, portanto, } V_{o2} = 15V$$

OBS.: Um amplificador operacional, só consegue excursionar um sinal que esteja dentro dos seus limites de alimentação.

c) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

$$e_+ = 0 \rightarrow \text{conectada ao terra.}$$

Cada fonte, V_a , V_b e V_c , juntamente com as resistências associadas a elas, vão fornecer uma certa corrente para o circuito. Considerando as correntes saindo do nó(da entrada e_-), temos:

$$I_a + I_b + I_c + I_o = 0$$

$$I_a = \frac{0 - V_a}{R_2} = -\frac{V_a}{R_2}$$

$$I_b = \frac{0 - V_b}{R_3} = -\frac{V_b}{R_3}$$

$$I_c = \frac{0 - V_c}{R_4} = -\frac{V_c}{R_4}$$

$$I_o = \frac{0 - V_o}{R_1} = -\frac{V_o}{R_1}$$

Substituindo:

$$\left(-\frac{V_a}{R_2}\right) + \left(-\frac{V_b}{R_3}\right) + \left(-\frac{V_c}{R_4}\right) + \left(-\frac{V_o}{R_1}\right) = 0$$

$$-\frac{V_a}{R_2} - \frac{V_b}{R_3} - \frac{V_c}{R_4} - \frac{V_o}{R_1} = 0$$

$$-\frac{V_a}{R_2} - \frac{V_b}{R_3} - \frac{V_c}{R_4} = \frac{V_o}{R_1}$$

$$-R_1 \left(\frac{V_a}{R_2} + \frac{V_b}{R_3} + \frac{V_c}{R_4} \right) = V_o$$

$$V_o = -R_1 \left(\frac{V_a}{R_2} + \frac{V_b}{R_3} + \frac{V_c}{R_4} \right) \rightarrow \text{somador inversor}$$

Substituindo os valores:

$$V_o = -60 \text{ k}\Omega \left(\frac{-4}{10 \text{ k}\Omega} + \frac{3}{15 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{30 \text{ k}\Omega} \right) = 10 \text{ V}$$

d) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Utilizando as considerações acima, a corrente I está entrando no nó em e_- .
Considerando que I_o , esteja saindo no nó, temos:

$I = I_o$, já que a corrente em e_- é nula.

$$25 \mu A = \frac{0 - V_o}{R_1}$$

$$25 \mu A = \frac{-V_o}{R_1}$$

$$R_1(25 \mu A) = -V_o$$

$$V_o = -R_1(25 \mu A)$$

Substituindo os valores:

$$V_o = -330 \text{ k}\Omega(25 \mu A) = -8,25 \text{ V}$$

e) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Equacionando para a entrada e_- :

A tensão em e_- , é dada por um divisor de tensão entre R_3 e R_4 :

$$e_- = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_b$$

Equacionando para a entrada e_+ :

Considerando as correntes saindo do nó em e_+ .

$$I_{R2} + I_{R1} = 0$$

$$I_{R2} = \frac{e_+ - V_a}{R_2}$$

$$I_{R1} = \frac{e_+ - V_o}{R_1}$$

Substituindo:

$$\frac{e_+ - V_a}{R_2} + \frac{e_+ - V_o}{R_1} = 0$$

$$\frac{e_+ - V_a}{R_2} + \frac{e_+}{R_1} - \frac{V_o}{R_1} = 0$$

$$\frac{e_+ - V_a}{R_2} + \frac{e_+}{R_1} = \frac{V_o}{R_1}$$

$$\frac{(e_+ - Va)}{R_2} R_1 + \frac{e_+}{R_1} R_1 = Vo$$

$$\frac{(e_+ - Va)}{R_2} R_1 + e_+ = Vo$$

Como $e_+ = e_-$:

$$\frac{\left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} Vb - Va\right)}{R_2} R_1 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} Vb = Vo \rightarrow \text{configuração subtrator.}$$

Substituindo os valores dos resistores:

$$\frac{\left(\frac{30 \text{ k}\Omega}{60 \text{ k}\Omega + 30 \text{ k}\Omega} Vb - Va\right)}{10 \text{ k}\Omega} 10 \text{ k}\Omega + \frac{30 \text{ k}\Omega}{60 \text{ k}\Omega + 30 \text{ k}\Omega} Vb = Vo$$

$$\left(\frac{1}{3} Vb - Va\right) + \frac{1}{3} Vb = Vo$$

$$\frac{1}{3} Vb - Va + \frac{1}{3} Vb = Vo$$

$$\frac{2}{3} Vb - Va = Vo$$

Substituindo os valores de Va e Vb :

$$\frac{2}{3} 4,5 - 2 = Vo = 1V$$

f) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Equacionando para e_+ :

Considerando todas as correntes saindo do nó de e_+ .

$$Ia + Ib + Ic + Id = 0$$

$$Ia = \frac{(e_+ - Va)}{R_a}$$

$$Ib = \frac{(e_+ - Vb)}{R_b}$$

$$Ic = \frac{(e_+ - Vc)}{R_c}$$

$$Id = \frac{(e_+ - Vd)}{R_d}$$

Substituindo:

$$\frac{(e_+ - Va)}{R_a} + \frac{(e_+ - Vb)}{R_b} + \frac{(e_+ - Vc)}{R_c} + \frac{(e_+ - Vd)}{R_d} = 0$$

$$\frac{e_+}{R_a} - \frac{V}{R_a} + \frac{e_+}{R_b} - \frac{Vb}{R_b} + \frac{e_+}{R_c} - \frac{Vc}{R_c} + \frac{e_+}{R_d} - \frac{Vd}{R_d} = 0$$

$$e_+ \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d} \right) = \frac{V}{R_a} + \frac{Vb}{R_b} + \frac{Vc}{R_c} + \frac{Vd}{R_d}$$

$$e_+ = \frac{\left(\frac{V}{R_a} + \frac{Vb}{R_b} + \frac{Vc}{R_c} + \frac{Vd}{R_d} \right)}{\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d} \right)}$$

Equacionando para e_- (considerando as correntes saindo nó):

$$I_{R_2} + I_{R_1} = 0$$

$$I_{R_2} = \frac{e_- - 0}{R_2} = \frac{e_-}{R_2}$$

$$I_{R_1} = \frac{e_- - Vo}{R_1}$$

Substituindo:

$$\frac{e_-}{R_2} + \frac{e_- - Vo}{R_1} = 0$$

$$\frac{e_-}{R_2} + \frac{e_-}{R_1} - \frac{Vo}{R_1} = 0$$

$$\frac{e_-}{R_2} + \frac{e_-}{R_1} = \frac{Vo}{R_1}$$

$$\frac{e_-}{R_2} R_1 + \frac{e_-}{R_1} R_1 = Vo$$

$$\frac{R_1}{R_2} e_- + e_- = Vo$$

$$e_- \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) = Vo$$

Como $e_+ = e_-$:

$$\frac{\left(\frac{V}{R_a} + \frac{Vb}{R_b} + \frac{Vc}{R_c} + \frac{Vd}{R_d}\right)}{\left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d}\right)} \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) = Vo$$

g) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Para e_+ :

$$e_+ = Vb$$

Para e_- (Considerando as correntes saindo do nó de e_-):

$$I_{R_2} + I_{R_1} = 0$$

$$I_{R_2} = \frac{e_- - Va}{R_2}$$

$$I_{R_1} = \frac{e_- - Vo}{R_1}$$

Substituindo:

$$\frac{e_- - Va}{R_2} + \frac{e_- - Vo}{R_1} = 0$$

$$\frac{e_-}{R_2} - \frac{Va}{R_2} + \frac{e_-}{R_1} - \frac{Vo}{R_1} = 0$$

$$\frac{e_-}{R_2} - \frac{Va}{R_2} + \frac{e_-}{R_1} = \frac{Vo}{R_1}$$

$$\frac{e_-}{R_2} R_1 - \frac{Va}{R_2} R_1 + \frac{e_-}{R_1} R_1 = Vo$$

$$\frac{R_1}{R_2} e_- - \frac{R_1}{R_2} Va + e_- = Vo$$

$$e_- \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) - \frac{R_1}{R_2} Va = Vo$$

Como $e_- = e_+$:

$$Vb \left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) - \frac{R_1}{R_2} Va = Vo$$

h) Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Para e_+ :

$$e_+ = 0 \rightarrow \text{conectada ao terra.}$$

Para e_- (Considerando as correntes saindo do nó de e_-):

$$I_{R_1} + I_{R_2} = 0$$

$$I_{R_1} = \frac{e_- - V_a}{R_1}$$

$$I_{R_2} = \frac{e_- - V_o}{R_2}$$

Como $e_+ = 0$:

$$I_{R_1} = \frac{0 - V_a}{R_1} = \frac{-V_a}{R_1}$$

$$I_{R_2} = \frac{0 - V_o}{R_2} = \frac{-V_o}{R_2}$$

Substituindo:

$$\frac{-V_a}{R_1} + \left(\frac{-V_o}{R_2} \right) = 0$$

$$-\frac{V_a}{R_1} - \frac{V_o}{R_2} = 0$$

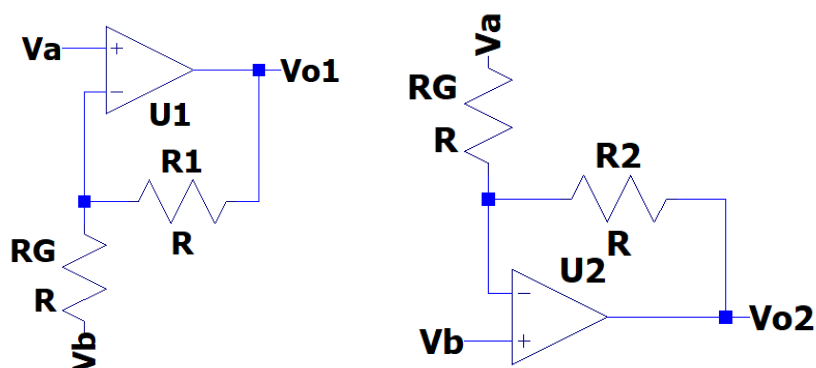
$$-\frac{V_a}{R_1} = \frac{V_o}{R_2}$$

$$-\frac{R_2}{R_1} V_a = V_o \rightarrow \text{configuração inversora.}$$

Questão 3)

Considerando $e_+ = e_-$, e a corrente em e_+ e e_- nulas.

Olhando para a configuração, temos 3 AmpOps, os identificados com U1 e U2, são não inversores, como demonstrados na letra g do exercício anterior, como demonstrado nas figuras abaixo:



A propriedade do curto virtual, possibilita expressá-los dessa maneira. Assim, podemos escrever equação de saída de cada um, a partir da fórmula demonstrada na letra g da questão anterior.

$$V_o = V_b \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) - \frac{R_1}{R_2} V_a$$

Onde R_1 é o resistor de realimentação, R_2 é o resistor de entrada, V_b a tensão na entrada e_+ e V_a a tensão conectada ao resistor de entrada que está conectado na entrada e_- , por fim V_o , a saída da configuração.

Aplicando a fórmula em U1:

$$V_{o1} = V_a \left(\frac{R_1}{R_G} + 1 \right) - \frac{R_1}{R_G} V_b$$

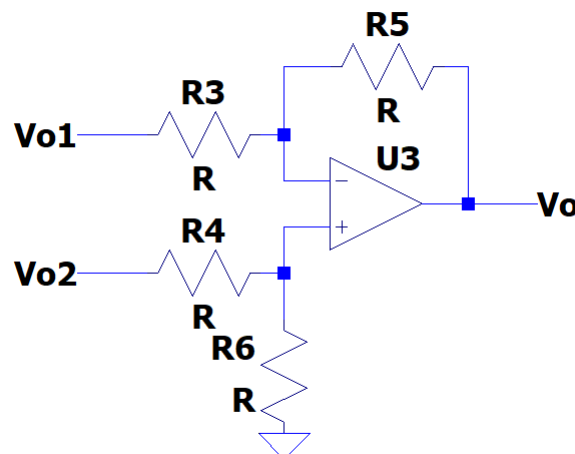
Aplicando a fórmula em U2:

$$V_{o2} = V_b \left(\frac{R_2}{R_G} + 1 \right) - \frac{R_2}{R_G} V_a$$

O amplificador U3, possui a mesma configuração da letra e do exercício anterior, um subtrator.

$$\frac{\left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} V_b - V_a \right)}{R_2} R_1 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_b = V_o$$

Onde R_1 é o resistor de realimentação, R_2 , o resistor conectado à entrada negativa, R_3 , é o resistor conectado a V_b e à entrada positiva, R_4 é o resistor conectado entre a entrada positiva e o terra, V_a , tensão conectada à R_2 , V_b , tensão conectada ao resistor R_3 , por fim V_o , tensão de saída.



Aplicando a equação do subtrator para o circuito de U3.

$$\frac{\left(\frac{R_6}{R_4 + R_6} V_{o2} - V_{o1}\right)}{R_3} R_5 + \frac{R_6}{R_4 + R_6} V_{o2} = V_o$$

Considerando $R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_D$.

$$\frac{\left(\frac{R_D}{R_D + R_D} V_{o2} - V_{o1}\right)}{R_D} R_D + \frac{R_D}{R_D + R_D} V_{o2} = V_o$$

$$\frac{1}{2} V_{o2} - V_{o1} + \frac{1}{2} V_{o2} = V_o$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) V_{o2} - V_{o1} = V_o$$

$$V_{o2} - V_{o1} = V_o$$

Considerando $R_1 = R_2 = R_N$

$$V_{o1} = V_a \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right) - \frac{R_N}{R_G} V_b$$

$$V_{o2} = V_b \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right) - \frac{R_N}{R_G} V_a$$

Substituindo na equação do subtrator:

$$V_b \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right) - \frac{R_N}{R_G} V_a - \left(V_a \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right) - \frac{R_N}{R_G} V_b\right) = V_o$$

$$V_b \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right) - \frac{R_N}{R_G} V_a - V_a \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right) + \frac{R_N}{R_G} V_b = V_o$$

$$-V_a \left(\frac{R_N}{R_G} \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right)\right) + V_b \left(\frac{R_N}{R_G} + \left(\frac{R_N}{R_G} + 1\right)\right) = V_o$$

$$\left(\frac{R_N}{R_G} + \frac{R_N}{R_G} + 1\right) (V_b - V_a) = V_o$$

$$\left(2 \frac{R_N}{R_G} + 1\right) (V_b - V_a) = V_o$$

Questão 4)

- a) O circuito possui um *Duty-cycle* de 50%, já que para a carga e a descarga do capacitor, têm-se o mesmo resistor associado.

Para o β :

$$\beta = \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{15 \text{ k}\Omega}{15 \text{ k}\Omega + 15 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{2}$$

Para o período T:

$$T = 2R_1C_1 \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = 2 \times 10 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} \times \ln\left(\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 219,72 \text{ ms}$$

Para a frequência f:

$$f = \frac{1}{T} \approx 4,55 \text{ Hz}$$

b) O circuito possui um *Duty-cycle* diferente de 50%, já que para a carga e a descarga do capacitor, têm-se resistores diferentes associados.

Para o β :

$$\beta = \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{15 \text{ k}\Omega}{15 \text{ k}\Omega + 15 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{2}$$

Para o período T:

$$T_1 = R_1C_1 \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = 1000 \times 10 \times 10^{-9} \times \ln\left(\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 11 \mu s$$

$$T_2 = R_2C_1 \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = 500 \times 10 \times 10^{-9} \times \ln\left(\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 5,5 \mu s$$

$$T = T_1 + T_2 = 11 \mu s + 5,5 \mu s = 16,5 \mu s$$

Para a frequência f:

$$f = \frac{1}{T} \approx 60,61 \text{ kHz}$$